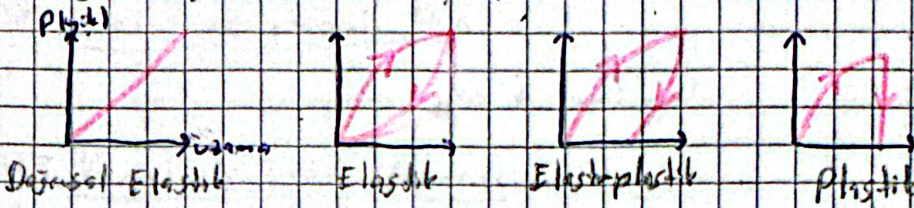


✓ Tam Elastik Cisim: Şekil değişimleri, kuvvetin ortadan kalkmasıyla geri döner.

Tam Plastik Cisim: Dış tesirler ortadan kalktığı halde, şekil değişimi kalır.

1. Cisimler bu iki ideal durum arasında bulur.

2. Bu özellikler dış tesirler büyüklüğüne bağlıdır. Aynı cisim küçük kuvvet altında elastik, kuvvet büyüdüğüde plastik olabilir.

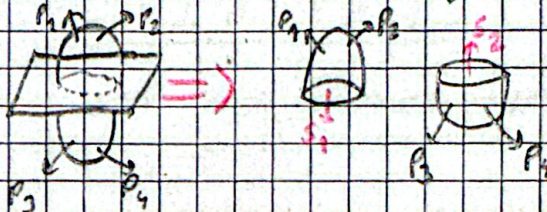


✓ Hooke Yasası: Kuvvet ne kadar, uzama o kadar. Buna uygun cisimlere Hooke Cismi denir.

1. Cisim bu yasağı uymadıdır dış etki yanında esneklik (Elasticity) B + sınırlı esneklik cisim Hooke Cismi olmazlar.

✓ Katılma ilişkisi: Şekil değiştiren cisimlere denge koşulları uygulanırken serbest durumları ile alınmalıdır. Bu durumda cisim rijit kabul edilebilir.

✓ Ağırlık ilişkisi:



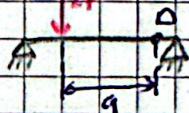
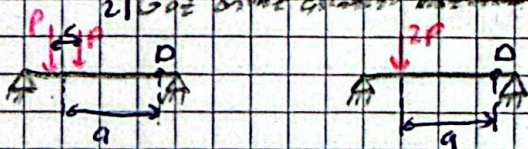
✓ Eşdeğerlik ilişkisi: Statik yandan eşdeğer kuvvetler, şekil değiştirmeye yarıdan eşdeğer düşer.

$$Q \leftarrow \rightarrow P \rightarrow P \leftarrow Q$$

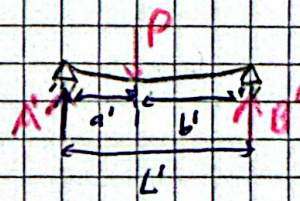
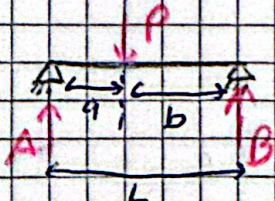
Statik eşdeğerlik için şekil değiştirmeye nispeten de geçeri olması için:

- 1) Statik denge için bütün bölgede olması
- 2) Gerekli olduğu takdirde bu bölgeye uzak olması

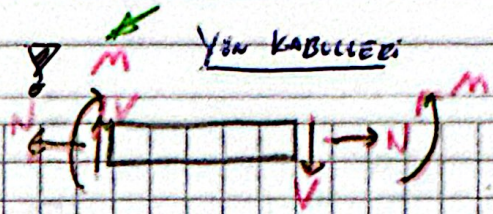
Saint-Venant ilişkisi



✓ Birinci Mertebe Kuvveti: Birçok durumda cismin şekil değişimi hali ile ilgili hali arasındaki fark çok büyüktür. Bu nedenle denge denet. kriterleri, gerekli boyutlar şekil değişim hali göz önünde alınır.



$$A = \frac{P \cdot b}{L}, B = \frac{P \cdot a}{L} \approx A' = \frac{P \cdot b'}{L'}, B' = \frac{P \cdot a'}{L'}$$



Yön KABULÜZİ

Kirişlerde Kesme Kuv.

Kesme yönüyle aydeden parçaların soldaki parçanın kesme kuvveti aşağıya doğru, sağ parçanın kesme kuvveti yukarıya doğru olduğu için kesme kuvveti pozitifdir.



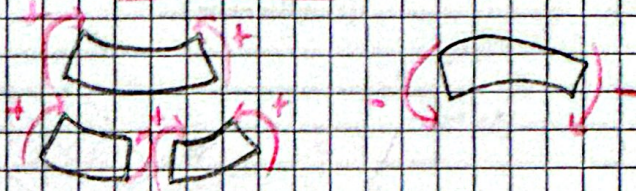
Kirişlerde Eksenel Kuv.

Kesme kuvvetinin yönü + kabul edilir



Kirişlerde Eğilme Momenti

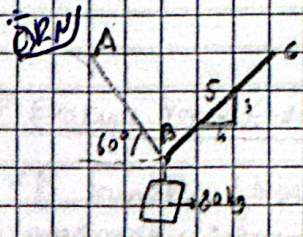
Kiriş aşağı doğru büküldüğünde oluşan kesim momenti pozitifdir.
// yukarı doğru büküldüğünde oluşan negatifdir.



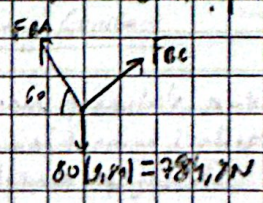
Eksenel Yüklü Çubuklarda Normal Gerilme

Ortalama normal gerilme değeri, kesit için aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



AB 10 mm, BC 8 mm çapı sahip çubuklarda ort. gerilme?



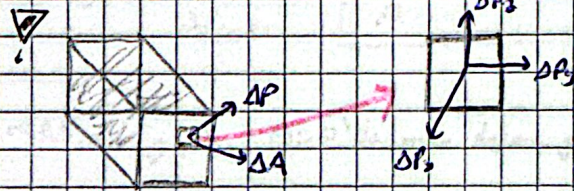
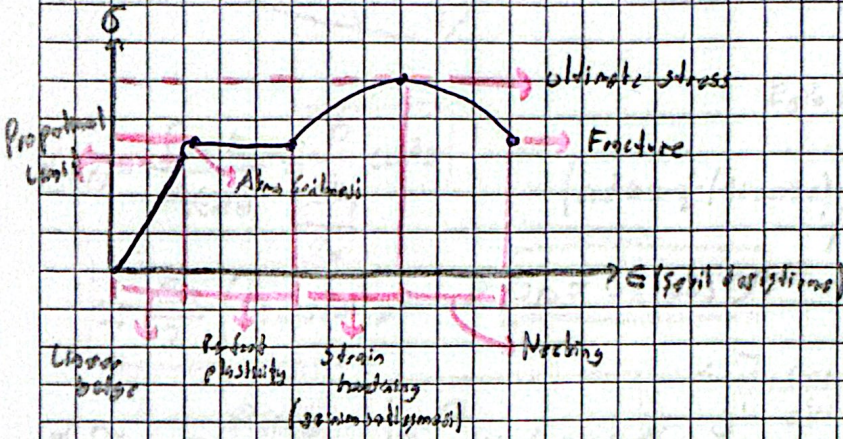
$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &\rightarrow F_{BC} = 339,72 \text{ N} \\ \sum F_y = 0 &\rightarrow F_{BA} = 632,4 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{339,72}{\pi (4 \text{ mm})^2} = 3,36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632,4}{\pi (4 \text{ mm})^2} = 6,195 \text{ MPa}$$

~ GERİLME ~

✓ MALZEME DAVRANIŞI (SEYERK MALZEME)



Normal Gerilme: ΔA 'ya dik etkiyen ΔP kuvveti ΔP_n 'ye bölünür

$$\sigma_x = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_n}{\Delta A}$$

× Çekim uygulanırsa çekme gerilmesi
× Basma uygulanırsa basma gerilmesi

✓ $P_0 \text{ (paskal)} = N/m^2$

$1 N/mm^2 = 1 MN/m^2 = 1 MPa$

Kayma Gerilmesi: ΔA 'ya teğet etkiyen ΔP_t kuvveti ΔA 'ya bölünür

$$\tau_{xy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_t}{\Delta A} ; \tau_{yx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_t}{\Delta A}$$

✓ EKSENEL YÜKLEME ÇUBUKLARDA NORMAL GERİLME

× P kuvveti, çubuk kesit alanının geometrik merkezinde uygulanırsa, çubuk malzemesi üniform ve izotropik olarak baskıyla, çubuk eksenel doğrultusunda uzayacaktır.

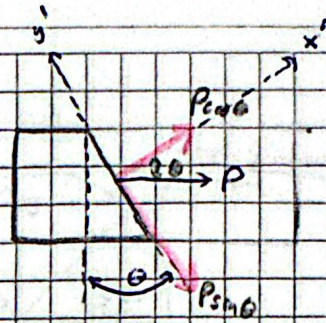
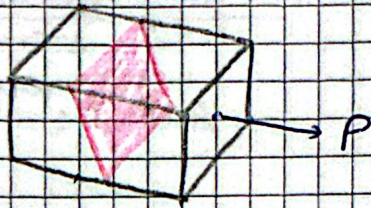


× All indükede x → ΔA doğrultusunda y,z → kayma gerilmesi alanı

üniform: homojen etki dağılımı
izotropik: sistemin yönden bağımsız olarak davranması

× Ort. Normal Gerilme Değeri, kesit için:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$



Egit Kesit $A_{km} = \frac{A}{\cos \theta}$

$$\sigma_{\theta} = \frac{P \cos \theta}{A / \cos \theta} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta$$

$$(\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta))$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x}{2} (1 + \cos 2\theta)$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \theta$$

• T negatif dersi alin (isari kutbu negatif)
• dersi alin ya dersi alin

$$\tau_{\theta} = -\frac{P \sin \theta}{A / \cos \theta} = -\frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$$

• Normal gerilme $\theta = 0^\circ$ 'da max dersi alin $\sigma_{max} = \sigma_x = \frac{P}{A}$

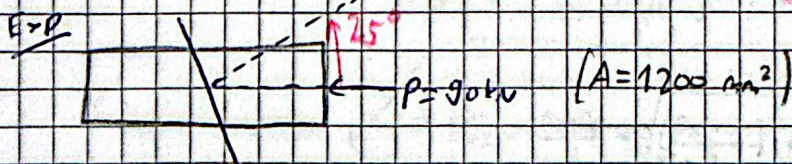
$\theta = \pm 90^\circ$ 'da normal ve kayma gerilmeleri sifirdir.

Max. kayma gerilmesi veyen acisi bulmak için, kayma gerilmesi maksimum tani alin sifiri alin.

Bu durumda $\tan \theta = \pm 1 \rightarrow$ max dersi $\theta = \pm 45^\circ$

$$\tau_{max} = \frac{P}{2A} = \frac{\sigma_x}{2}$$

max normal gerilme $\frac{\sigma_x}{2}$

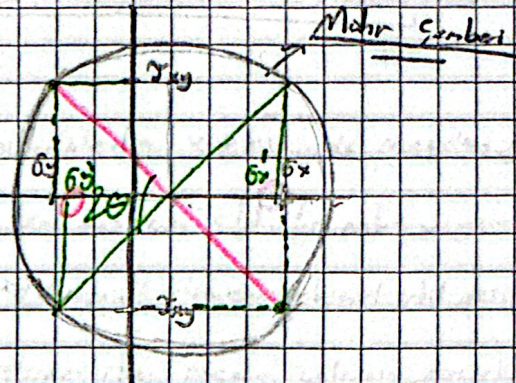
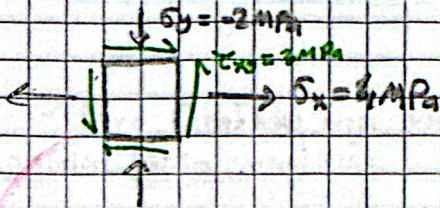


$$\sigma_x = \frac{90}{1200} = -75 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \theta = (-75 \text{ MPa}) \cdot (\cos 25^\circ)^2 = -61,4 \text{ MPa}$$

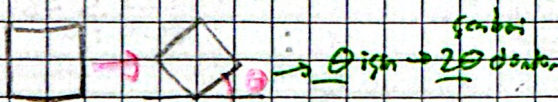
$$\tau_{\theta} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta = (75 \text{ MPa}) \sin 25^\circ \cos 25^\circ = 28,2 \text{ MPa}$$

TEK EKSENLI GERİLME - MOHR DÖNÜŞÜ



GENEL KURAL

σ_x ile τ_{xy} birleştirilir
 σ_y ile τ_{yx}



ASAL GERİLMELER

σ_1, σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$) → ASAL GERİLMELER (max/min)

Çember Merkezi = $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

$\tau_{max/min} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \pm \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)$

$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

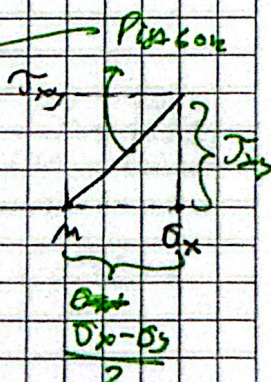
GEOMETRİK
GERİLME
DÖNÜŞÜMÜ

$\sigma_1 = \text{Merkez} + \text{ÇAP}$

$\sigma_2 = \text{M} - \text{ÇAP}$



$\text{ÇAP} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$



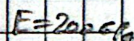
gains (losses) = E_x

↳ die relativen sbl. be. relativen gese. antlat. ym. desigtlings:

06 $\rightarrow$ dimensi dan elemen kelas dan disiplin

cebrad tolan ile bulur.

$$\delta = \frac{6 \cdot L}{E}$$



Die polaren O₂ sind gesättigt.

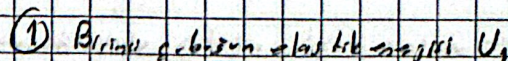
$$\delta = 1,0 \cdot 0,325 + 0,325 = 1 \text{ mm}$$

1 ELASTIK ENERGI

$$U_0 = \frac{dU}{dV} = \frac{\sigma \cdot \epsilon}{2} \rightarrow \text{elastik deform. bl. im h. h. elastik. w.}$$

Eğer P kuvvetli birer olarak verilecek bir diziye uygulanırsa, sabit değere ulaşır.

$$U = \frac{P^2 L}{2EA}$$

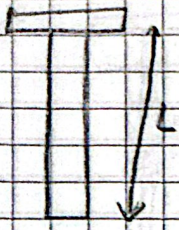


$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

② İkinci cümle işlevi

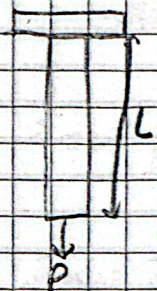
③ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$$\frac{P^2 \left(\frac{1}{15} \right)}{2EA} + \frac{P^2 \cdot 144}{2 \cdot F \cdot 40} = \frac{3P^2 L}{20FA} \cdot \frac{\sqrt{30}}{10}$$



$$U = \frac{\gamma^2 \cdot A \cdot L^3}{6E}$$

→ Çubuğun kendi ağırlığından doğan elastik enerji
 γ : Ağırlık yoğunluğu
 A : En kesiti



$$U = \frac{\gamma^2 \cdot A \cdot L^3}{6E} + \frac{\gamma P \cdot L^2}{2E} + \frac{P^2 \cdot L}{2EA}$$

①

②

③

→ Çubuğun kendi ağırlığı ve her de P kuvveti etkisiyle elastik enerjisi

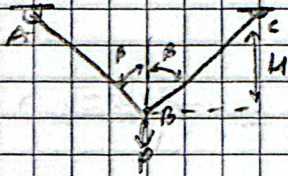
① Sadece kendi ağırlığı

② Kendi ağırlığı ve P kuvveti

③ Sadece P kuvveti

$$U \neq ① + ③$$

EMV



B bağla tırının doğan yer değiştirilmesi $\delta_B = ?$

Her bir çubukun aksiyal kuv. $\rightarrow F = \frac{P}{2 \cdot \cos \beta}$, $L_1 = H / \cos \beta$

P y yönünde yaptığı iş:

$$W = \frac{P \cdot \delta_B}{2} \quad (W = F \cdot u)$$

$$U = 2 \cdot \frac{F^2 L_1}{2EA} = \frac{P^2 \cdot H}{4 \cdot EA \cdot \cos^3 \beta}$$

$$W = U \rightarrow \delta_B = \frac{P \cdot H}{2 \cdot EA \cdot \cos^3 \beta}$$

Bin elastik $\rightarrow$ Bir elastik cisim için, elastik enerji = uygulanan kuvvetin yaptığı iş

ANİ YÜKLEMELER VE ÇARPMA PROBLEMLERİ

Statik yükler, yapıya yavaş şekilde uygulanır. Bu sebeple yapıda titreşim olmaz. Dinamik davranışlara sebep olabilir. Darbe yükleri ise aniden etki eder.

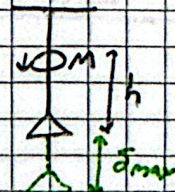
M kesitlerinin potansiyel enerjisi dönece çarpma sırasında çubuk elastik enerjisiyle dengelenir

$$W(h + \delta_{max}) = \frac{E \cdot A \cdot \delta_{max}^2}{2L} \quad \left(U = \frac{E A \delta^2}{2L} \right)$$

$$\delta_{max} = \delta_{st} + \sqrt{\delta_{st}^2 + 2h \delta_{st}}$$

δ_{st} : M kesitinin ağırlığı sebebiyle statik yerken olduğu uzaama miktarı

$$\delta_{st} = \frac{W \cdot L}{E \cdot A}$$



Marginal:

$$\sigma_{max} = \frac{E \cdot \delta_{max}}{L}$$

Yükün büyüklüğü bilindiğinde çubuk zaman zaman gerecek bir şekilde olursa δ_{st} ihmal edilebilir

$$\sigma_{max} = \sigma_{st} + \sqrt{\sigma_{st}^2 + \frac{2hE}{L} \cdot \sigma_{st}}$$

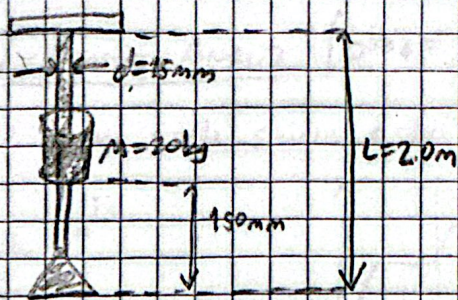
$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{2hE \sigma_{st}}{L}} = \sqrt{\frac{M v^2 E}{A \cdot L}}$$

$$\sigma_{st} = \frac{W}{A}$$

UMUT

$$\text{Etli Faktör } e = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{st}} \text{ ve } \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{st}}$$

5XN)



$$E = 210 \text{ GPa}$$

a) max uzama ile bu uzamanın ettiği faktöre

b) max gerilme bu gerilmenin ettiği faktöre

$$9) \delta_{st} = \frac{w \cdot L}{E \cdot A} = \frac{M \cdot g \cdot L}{E \cdot A} = \frac{20 \cdot (9.81) \cdot 2}{210 \cdot \pi \cdot \frac{5^2}{4}} = 0.0106 \text{ mm}$$

$$\delta_{max} = \delta_{st} + \sqrt{\delta_{st}^2 + 2h \delta_{st}} \rightarrow \delta_{max} \approx \sqrt{2h \delta_{st}} = \sqrt{2 \cdot 150 \cdot 0.0106} = 1.78 \text{ mm}$$

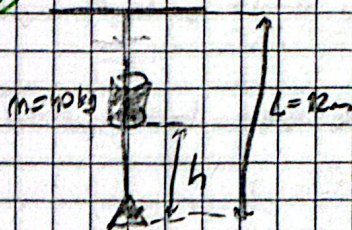
$$\text{ettir fakt} \rightarrow \frac{1.78}{0.0106} = 169$$

$$b) \sigma_{max} = \frac{E \cdot \delta_{max}}{L} = \frac{210 \cdot 1.78}{2.0} = 188 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \frac{w}{A} = \frac{M \cdot g}{A} = \frac{20 \cdot (9.81)}{\pi \cdot \frac{5^2}{4}} = 1.11 \text{ MPa}$$

$$\text{ettir fakt} \rightarrow \frac{1.11}{1.11} = 169$$

5XN)



Kord $\sigma_{ki} = A = 40 \text{ mm}^2$, $E = 130 \text{ GPa}$, meydana gelen gerilme 500 MPa ile meydana gelen max h hesaplanır?

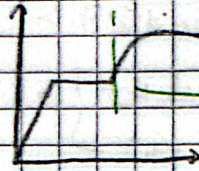
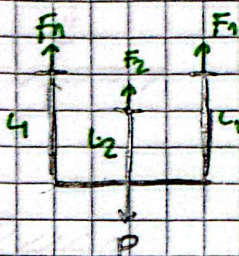
$$\sigma_{max} = \frac{E \cdot \delta_{max}}{L} = \frac{130000 \cdot \delta_{max}}{12000 \text{ mm}} = 500 \rightarrow \delta_{max} = 46.22 \text{ mm}$$

$$w(h + \delta_{max}) = \frac{E \cdot A \cdot \delta_{max}^2}{2L}$$

$$40 \cdot (9.81) \cdot (h + 0.04622 \text{ m}) = \frac{130000 \cdot 40 \text{ mm}^2 \cdot (0.04622)^2}{2 \cdot 12} \rightarrow h = 1.13 \text{ m}$$

ELASTO-PLASTİK ANALİZ (bkz= 30 Kasım 2009 Dersi)

2. Malzeme lineer esnek sınırları aşmış zamanı yapının davranışını inceleyeceğiz.



< esneklikte bu şekilde kabul edilir.

$$2F_1 = F_2 \quad \delta_1 = \delta_2$$

P gibi küçük bir yük altında esneme, akma gerilmesi (σ_y) altında kalacaktır. Bu esneklikte gerilme değeri lineer bölgede kalacaktır.

$$\delta_1 = \frac{F_1 l_1}{EA} \quad \delta_2 = \frac{F_2 l_2}{EA}$$

$$\text{Yükseklik Değeri} = F_1 l_1 = F_2 l_2 \quad (\delta_1 = \delta_2)$$

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A} = \frac{P \cdot l_2}{A(l_1 + l_2)} \quad \sigma_2 = \frac{F_2}{A} = \frac{P \cdot l_1}{A(l_1 + l_2)}$$

$$F_1 = \frac{P \cdot l_2}{l_1 + l_2}$$

$$F_2 = \frac{P \cdot l_1}{l_1 + l_2}$$

< Bu durumda tüm çubukların gerilmesinin akma gerilmesi altında olduğu durum için geçerlidir.
< P kuvveti artarsa önce kısa olan çubukta taşıyacağı akma gerilmesine ulaşır kalan kısım

< İhtaki çubuk akma gerilmesine ulaşmazsa, bu çubuktaki kuvvet: $F_2 = \sigma_y A$ olur. Bu durumu sağlayan P yüküne akma yükü P_y denir.

$$P_y = \sigma_y A \left(1 + \frac{2l_2}{l_1} \right)$$

< Akma yükünde aşırı yükü getirmeyeceği akma deformasyonu olur.

$$\delta_y = \frac{F_2 l_2}{EA} = \frac{\sigma_y l_2}{E} = \frac{\sigma_y l_1}{E}$$

2. Yüke daha da artarsa F_1 kuvveti de artar, fakat istikrarlı çubuk tam plastik hale geldikten sonra daha fazla bir yükü destekleyemez.

3. F_1 kuvveti de $\sigma_y A$ değerine ulaştığında bu çubuk da akmaya başlar ve sistemin artık daha fazla yüklenmesi desteklenemez.

Plastik Yük Statik Deney Düb. $\rightarrow$
 P_p

$$F_1 = \sigma_y A \quad F_2 = \sigma_y A \quad \rightarrow \quad P_p = 3\sigma_y A$$

$$(P_p = 2F_2 + F_1)$$

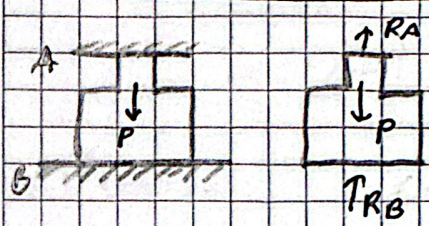
Plastik Yerdeğiştirme (deformasyon) $\rightarrow$
 δ_p

$$\delta_p = \frac{F_1 l_1}{EA} = \frac{\sigma_y l_1}{E} = \frac{\sigma_y l_1}{E}$$

$$\frac{\delta_p}{\delta_y} = \frac{l_1}{l_2} \rightarrow \text{Plastik deformasyon}$$

$$\frac{\text{Plastik Yük}}{\text{Akma Yükü}} = \frac{3l_1}{l_1 + 2l_2} = \frac{P_p}{P_y}$$

2 STATİK BEKİRSİZ SİSTEMLER

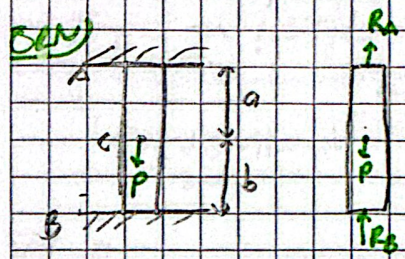


$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B - P = 0$$

< P biliniyorsa $\rightarrow$ Tevdekl. 1b1 bilinmeyen var. STATİK BEKİRSİZ

< 1 birim bi, dök. dök. gerektir

$\hookrightarrow$ Çözüm istenir ve o zaman statik denklemlerden çözüm dışlanmaktadır.



$$\delta_{AC} = \frac{R_A \cdot a}{E \cdot A}, \quad \delta_{CB} = -\frac{R_B \cdot b}{E \cdot A}$$

$\delta_{AB} = 0$ $\rightarrow$ uyumluk den. (statik denklemler)

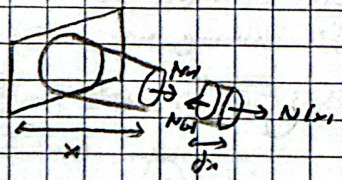
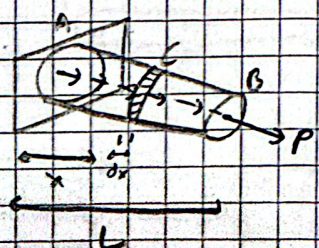
$$\delta_{AB} = \delta_{AC} + \delta_{CB} = \frac{R_A \cdot a}{E \cdot A} - \frac{R_B \cdot b}{E \cdot A} = 0 \quad (2)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B - P = 0 \quad (1)$$

A ve B'den $\rightarrow$ $R_A = \frac{P \cdot b}{L}, \quad R_B = \frac{P \cdot a}{L}$

Kısmen ifade eder
Açıklık dökü çözümlerinde
gözetim göre

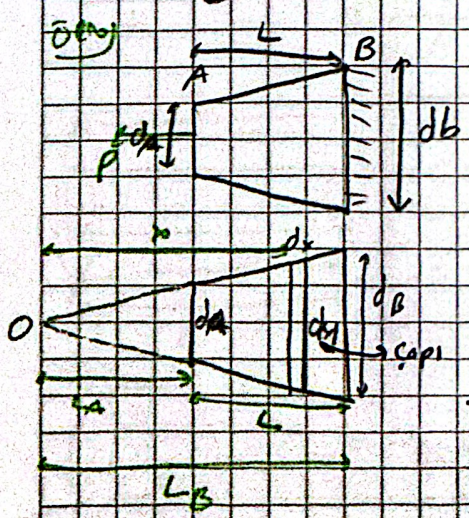
DEĞİŞKEN KESİTLİ ÇUBUKLAR



$$d\delta = \frac{N(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)}$$

$$\delta = \int d\delta = \int \frac{N(x) \cdot dx}{E \cdot A(x)}$$

Değişken kesitli, dökümlü kesitli, B noktasında mesnetli çubuklar
kuvveti nedir?



$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{d_A}{d_B} \quad (\text{benzerlik})$$

$$\frac{d(x)}{d_A} = \frac{x}{L_A} \rightarrow d(x) = \frac{d_A \cdot x}{L_A}$$

$$A(x) = \frac{\pi (d(x))^2}{4} = \frac{\pi d_A^2 x^2}{4 L_A^2}$$

$$\delta = \int_{L_A}^{L_B} \frac{P \cdot dx}{E \cdot A(x)} = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \int_{L_A}^{L_B} \frac{dx}{x^2}$$

$$\delta = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \left[-\frac{1}{x} \right]_{L_A}^{L_B} = \frac{4 P L_A^2}{\pi E d_A^2} \left(\frac{1}{L_A} - \frac{1}{L_B} \right)$$

$$\delta = \frac{4 P L}{\pi \cdot E \cdot d_A \cdot d_B}$$

ISIL ETRELER

α : ısı genleşme katsayısı

$$\epsilon_T = \alpha \cdot (\Delta T)$$

Sıcaklık artışıyla gelen uzama +
Sıcaklık azalışıyla gelen küçülme -

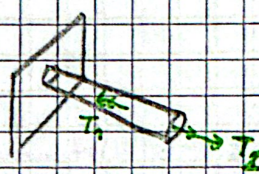
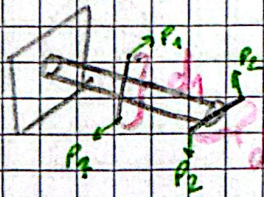
ısı genleşme

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad / \quad \epsilon = \alpha \cdot \Delta T \rightarrow \sigma = E \cdot \alpha \cdot (\Delta T)$$

$$\delta_T = \alpha \cdot (\Delta T) \cdot L \quad \left(\delta = \frac{\sigma \cdot L}{E} \right)$$

Bu düzülüşünde
uzama

BÜKÜLMESİ



$$M_1 = P_1 \cdot d_1$$

$$M_2 = P_2 \cdot d_2$$

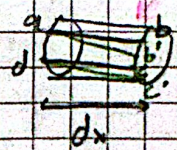
← kuvvet etki noktası momentli
noktası mesafeye bağlı



← Sol uc sabit. ile Bükme Momenti (Tut) T altında sağ uc
sol uca göre görecek olarak ϕ açısı kadar döner.

← P-Q değeri pozitifse belirli bir ϕ açısı buluruz.

→ sağ ucu ya da frekansı



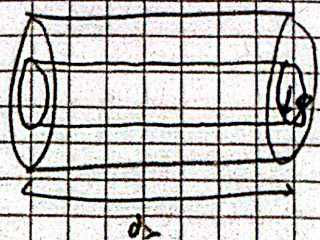
$\gamma_{max} \rightarrow$ max kıvrım açısı

$$\gamma_{max} = \frac{b \cdot b'}{a \cdot b} = \frac{r \cdot d\phi}{dx}$$

$\frac{d\phi}{dx} \rightarrow$ birim boy birim bükme = birim dönme
açısı

$$\frac{d\phi}{dx} = \theta$$

$$\gamma_{max} = \frac{r \cdot d\phi}{dx} = r \cdot \theta$$



← Çubuğun iç kısmının
kıvrım açısı için

$$\gamma = \rho \cdot \theta = \frac{\rho}{r} \cdot \gamma_{max}$$



$$\gamma_{min} = \frac{r_1}{r_2} \gamma_{max}$$

Paralel Tıp (ışık bül)

600



$$T = 1000 \text{ N.m}$$

$$G_s = 75 \text{ GPa}$$

$$G_p = 39 \text{ GPa}$$

Cell diameter $\rightarrow 20 \text{ mm}$
 " " " $\rightarrow 12,5 \text{ mm}$
 Pulver diameter $\rightarrow 12,5 \text{ mm}$

$T = ?$

$$T_s + T_p = 900$$

$$\frac{T_s \cdot L}{G_s \cdot J_{ps}} = \frac{T_p \cdot L}{G_p \cdot J_{pp}}$$

$$\frac{T_s}{75000 \cdot \frac{\pi}{32} (40^4 - 25^4)} = \frac{T_p}{39000 \cdot \frac{\pi}{32} \cdot 25^4}$$

$$T_{s1} = \frac{922,35 \cdot 1000 \cdot 20}{\frac{\pi}{32} (40^4 - 25^4)} = 72,3 \text{ MPa} \rightarrow \text{dis}$$

$$T_s = 10,68 T_p$$

$$T_s + T_p = 900$$

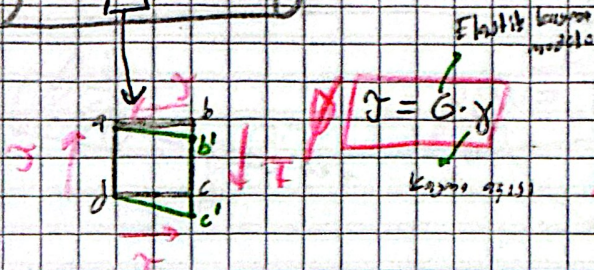
$$T_s = 822,35 \text{ Nm}$$

$$T_p = 72,05 \text{ Nm}$$

$$T_{s2} = \frac{822,35 \cdot 1000 \cdot 12,5}{\frac{\pi}{32} (40^4 - 25^4)} = 112,2 \text{ MPa} \rightarrow \text{dis}$$

$$T_p = \frac{72,05 \cdot 1000 \cdot 12,5}{\frac{\pi}{32} \cdot 25^4} = 25,1 \text{ MPa}$$

1



$$\tau = G \cdot \gamma$$

Kayma gerilimi

$$\tau_{max} = G \cdot r \theta \quad (r_{max} = r \theta)$$

$$\tau = G \cdot \rho \theta = \frac{\rho}{r} \cdot \tau_{max} \quad (\gamma = \frac{\rho}{r} \theta_{max})$$

Polat Akıl Momenti: Buzluksi kısı dırıcı fonsiyon (Ip)

$$\left(\text{Yarıçapı } r \text{ olan dairesel için } I_p = \frac{\pi r^4}{2} \right)$$

$$I_p \text{ (Dairesel } I_p \text{ için } I_p = \frac{\pi}{2} (r_2^4 - r_1^4))$$



$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r}{I_p}$$

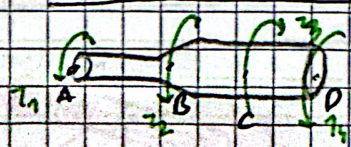
$$\theta = \frac{T}{G \cdot I_p} \quad \phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot I_p}$$

Birim birim uzunluk için $(\phi = \theta \cdot L)$

(Daire kütlesi yoğunluğu nereden kısıtlı ise $I_p \approx 2 \pi r^3 \rho$)



Düzgün Olmayan Buzluksi (Güçlü buzluksi desisken Takt desisken)

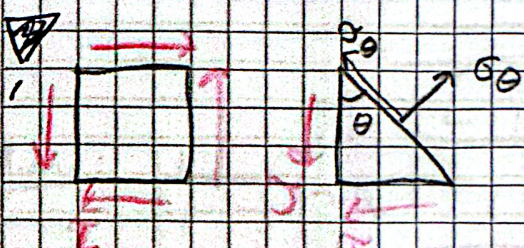


$$T_{20} = -T_1 - T_2 + T_3$$

$$T_{00} = -T_1 - T_2$$

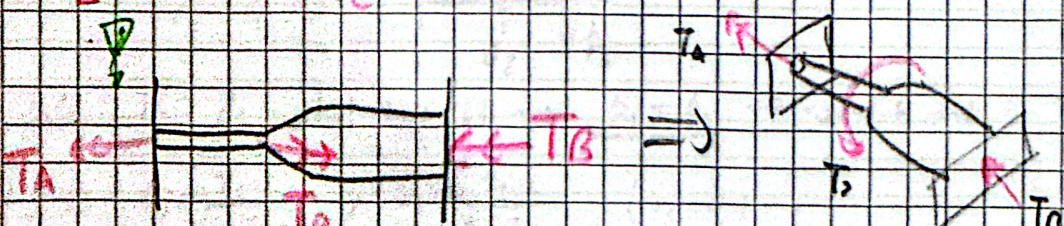
$$T_{00} = -T_1$$

$$\phi = \sum_{i=1}^n \frac{T_i \cdot L_i}{G_i \cdot I_{p_i}}$$



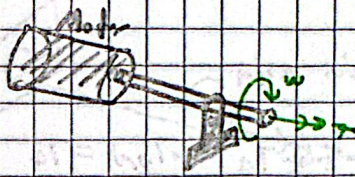
$$\tau_{\theta} = \tau \sin 2\theta \quad (= 2 \tau \sin \theta \cos \theta)$$

$$\tau_{\theta} = \tau \cos 2\theta \quad (= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$



$$T_1 + T_2 = T_3 \quad \text{Torqlarda Daire Daireye göre labile}$$

PARTESEL ŞAFTLAR VAJITASILARLA GÜÇ İLETİMİ



$$W = T \cdot \omega$$

Dönme hızı

Şaft. Tork

$\dot{\phi}$

Şafların bileşenleri dönerken T tutkunu iletir

$$P = \frac{dW}{dt} = T \cdot \frac{d\phi}{dt}$$

$$P = 2\pi f T$$

($\omega = 2\pi f$)

$$P = T \cdot \omega \quad \left(\frac{d\phi}{dt} = \omega \right)$$

Şafların bileşenleri

STATİKSE BEKİTİLE BİRLEŞİM ŞAFTLARI

1. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

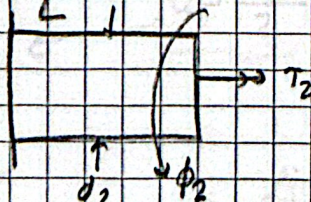
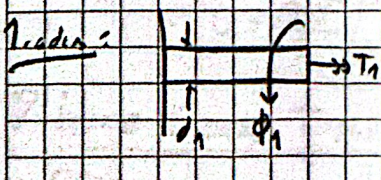
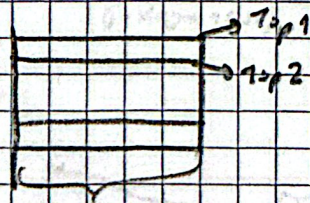
2. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

3. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

4. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

5. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

ÖRNEK



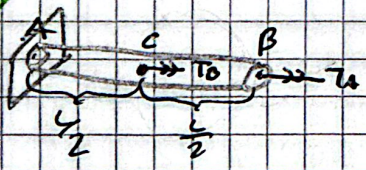
$$T_1 + T_2 = T$$

2. Endüstriyel bir sistemde döner bir bileşen birleşim için kullanılabilir.

$$\phi_1 = \frac{T_1 \cdot L}{G_1 \cdot J_{p1}} \quad / \quad \phi_2 = \frac{T_2 \cdot L}{G_2 \cdot J_{p2}} \quad (d_1 = d_2) \rightarrow$$

$$T_1 = T \cdot \frac{G_2 \cdot J_{p2}}{(G_1 \cdot J_{p1} + G_2 \cdot J_{p2})} \quad / \quad T_2 = T \cdot \frac{G_1 \cdot J_{p1}}{(G_1 \cdot J_{p1} + G_2 \cdot J_{p2})}$$

soln)



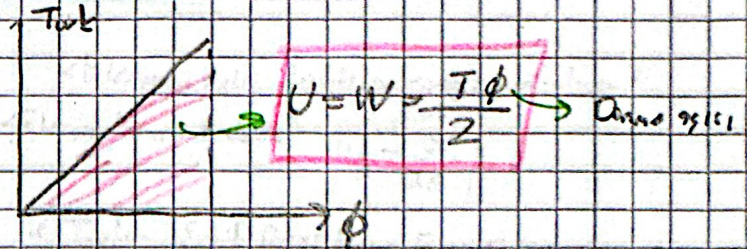
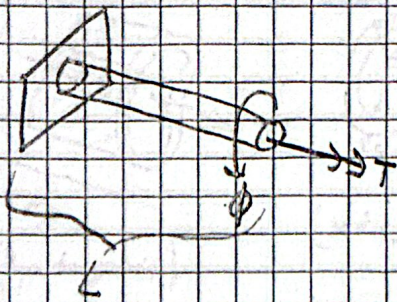
U = ?

$$U = \frac{T_A^2 \cdot (l/2)}{2 \cdot 6 \cdot I_p} + \frac{(T_A + T_B)^2 \cdot (l/2)}{2 \cdot 6 \cdot I_p}$$

B. satu segmen saja



BURULMADA ŞEKİL DEĞİŞTİRME POT. ENERJİSİ (U)

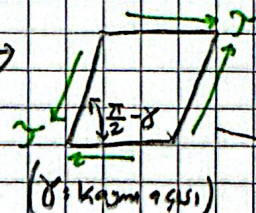
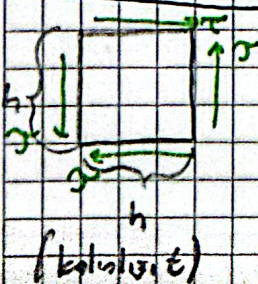


$\left(\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot J_p}\right) \rightarrow U = \frac{T^2 \cdot L}{2 G \cdot J_p}, \quad U = \frac{G \cdot J_p \cdot \phi^2}{2 L}$

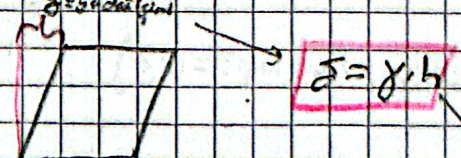
Düzgen olmayan Burulmalarda:

$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad U = \sum_{i=1}^n \frac{T_i^2 \cdot L_i}{2 \cdot G_i \cdot J_{pi}}$

ŞEKİL DEĞİŞTİRME POT. ENERJİ Yoğunluğu (u)



Her bir kenar altına karşı kenar $V = T \cdot h \cdot t$



$(\tau = G \cdot \gamma) \quad u = \frac{\tau^2}{2 G} \quad u = \frac{G \cdot \gamma^2}{2}$

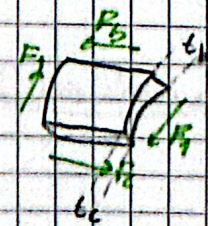
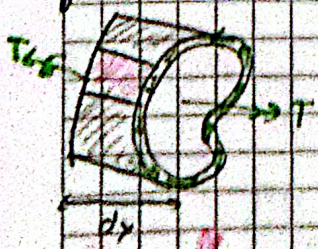
$u = \frac{T \cdot \gamma}{2} \quad (h^2 t = \text{kesitim})$

Δ V kesme kuv. tarafından yapılan iş:

$U = W = \frac{V \cdot \delta}{2}$

$U = \frac{T \cdot \gamma \cdot t \cdot h^2}{2}$

İNCE ÇİĞERLİ TORKER



$F_b = t_b \cdot \tau_b \cdot dx, \quad F_c = t_c \cdot \tau_c \cdot dx$

$t_b \cdot \tau_b = t_c \cdot \tau_c \quad (F_b = F_c)$

$f = \tau \cdot t$ (böl)

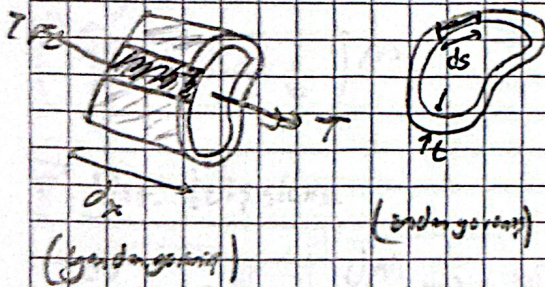
kayma akışı

$f = \frac{T}{2 A_m} \quad \tau = \frac{T}{2 t A_m} \quad (f = \tau \cdot t)$

Dairesel kesit için $A_m = \pi r^2$
Dikdörtgen için $A_m = b \cdot h$



İnce Çizgi Teller - Şekil Değiştirme (Pot) Enerji ve Bükme SBT.



< Eleman şkil değiştirme enerji yoğunluğu:

< Eleman hacmi = $d \cdot ds \cdot d\theta$

$$U = \frac{\sigma^2}{2G}$$

< Toplam Şkil Değiştirme Enerjisi:

$$U = \frac{T^2 L}{2 \cdot G \cdot J}$$

→ Bükme SBT.

$$(L_m = 2\pi r, A_m = \pi r^2)$$

$$J = 2\pi r^3 b$$

→ Düzleşim

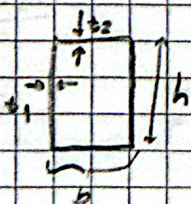
Çizgi kalınlığı d için

$$J = \frac{d \cdot A_m^2}{L_m}$$

→ Düzleşim

$$J = \frac{2b^3 h^3}{b \cdot b + h \cdot h}$$

$$(A_m = b \cdot h)$$



İnce eşit kalınlıkta d için bükme için, bükme için J ve J tipin şkil değiştirme enerjisi U eşitlenerek bulunur.

$$W = U$$

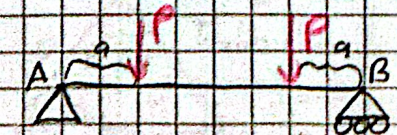
$$\frac{T \cdot \phi}{2} = \frac{T^2 L}{2GJ}$$

$$\phi = \frac{T L}{G \cdot J}$$

($G \cdot J$ = Tiplerin bükme rijitliği)

~ KIRIŞLARIN EĞİLMESİ ~

Basit ve Düzgün Olmayan Eğilme



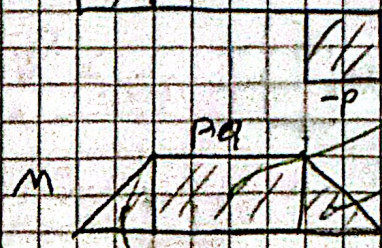
α Basit eğilme:

Kirişin şkil moment etrafında eğilmesi. Kesme kuv. 0 olduğu belirtilir.

$$V = \frac{dM}{dx} = 0$$

α Düzgün olmayan eğilme:

Kesme kuv. 0 olmadığı belirtilir.



✓ Kesme Kuv. ve Eğilme Momenti İfadeleri



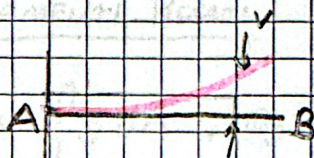
✓ Diferansiyel İlişkiler

$$\frac{dV}{dx} = -q$$

$$\frac{dM}{dx} = V$$

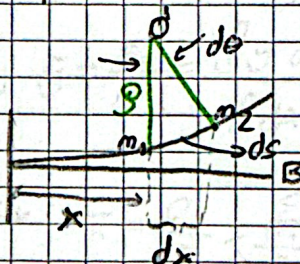
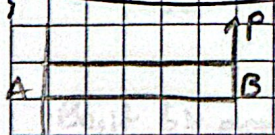


✓ Kirişlerin Eğilmesi



⇒ Şeklin eğili

✓ Kirişlerin Eğilme



$$\rho = \text{eğilme yarıçapı} \quad (\rho d\theta = ds)$$

$$\text{Eğilme} = \kappa = \frac{1}{\rho} = \kappa = \frac{d\theta}{ds}$$

Kirişler kademeli olarak eğildiği gösteren

$$\kappa = \frac{d\theta}{dx} \quad (\text{deneyim})$$

⇒ İFADELER KURULU

✓ Boyuna Şekil Değişimleri

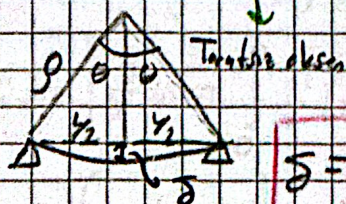


et çiziminde boyuna şekil değişimi (uzama/kısalma)

$$\Delta L = -\frac{y}{\rho} dx$$

$$\epsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = -\frac{y}{\rho} = -\kappa y$$

Normal birim uzama



$$s = \rho \cdot (1 - \cos \theta)$$

örneğin $\frac{\theta}{2}$

✓ Kirişlerde Normal Gerilmeler

$$\sigma_x = E \cdot \epsilon_x$$

$$\sigma_x = -\frac{E \cdot y}{\rho}$$

$$\sigma_x = -E \cdot \kappa \cdot y$$

▽ EĞİLME MOMENTİ - EĞİLME İLİŞKİSİ

$$M = K \cdot E \cdot I \rightarrow \text{alan atalet momenti}$$



$$K = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \cdot I} \rightarrow \text{eğilme ilişkisi}$$

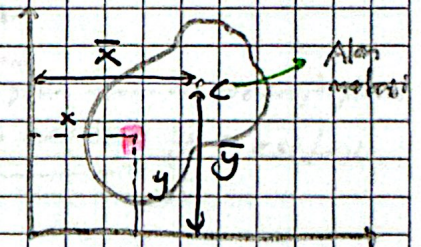
▽ EĞİLME FORMÜLÜ

$$\sigma_x = -\frac{M \cdot y}{I}$$

▽ ALAN ATALET MOMENTİ HESABI

ALAN MERKEZİ = $Q_x = \int y \, dA$, $Q_y = \int x \, dA$

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} = \frac{\int x \, dA}{\int dA}, \quad \bar{y} = \frac{Q_x}{A} = \frac{\int y \, dA}{\int dA}$$



Basit bir geometrik şekle: $\bar{x} = \frac{Q_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i \cdot \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}$, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot \Delta A_i}{\sum_{i=1}^n \Delta A_i}$

ÖRNEK Parabolik alanın alan merkezi?

Datlaması $\Rightarrow y = f(x) = h \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)$

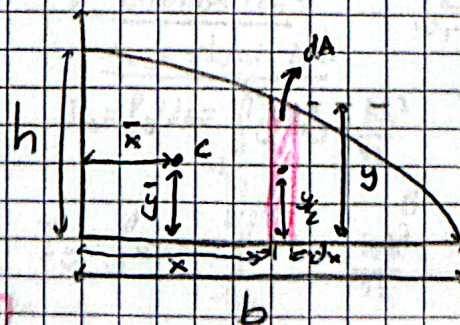
$$dA = y \cdot dx = h \cdot \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) dx$$

$$A = \int dA = \int_0^b h \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) dx = \frac{2bh}{3}$$

$$Q_x = \int \frac{y}{2} dA = \int_0^b \frac{h}{2} \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) dx = \frac{4bh^2}{15}$$

$$Q_y = \int x \, dA = \int_0^b h x \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) dx = \frac{hb^2}{4}$$

$$C \left(\frac{3b}{8}, \frac{2h}{5} \right)$$



$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A} = \frac{\frac{hb^2}{4}}{\frac{2bh}{3}} = \frac{3b}{8}$$

$$\bar{y} = \frac{Q_x}{A} = \frac{\frac{4bh^2}{15}}{\frac{2bh}{3}} = \frac{2h}{5}$$

ATALET MOMENTİ

Bazı Geometrik Şekillerin

$$y_g = \frac{6 \cdot 2 \cdot 9 + 2 \cdot 8 \cdot 4}{12 + 16}$$

mükedatın
y vektörleri

$$y_g = 6,142 \text{ cm} \rightarrow \text{Ağırlık merkezi y koordinatı}$$

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2}$$

x ekseni göre ağırlık merkezi

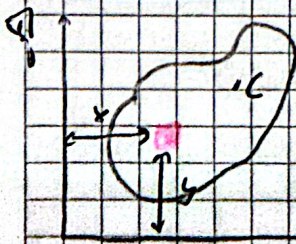
$$I_{x_1} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + d_1^2 \cdot A_1$$

b₁ boy
h₁ yükseklik
d₁ ağırlık merkezi ile x eksenine paralel olan
ağırlık merkezinin y mesafesi

$$I_x = \frac{6 \cdot 2^3}{12} + 2,86^2 \cdot 12 + \frac{2 \cdot 8^3}{12} + 2,14^2 \cdot 16$$

$$I_x = 260,76 \text{ cm}^4$$

DİKKAT DEĞERİNE



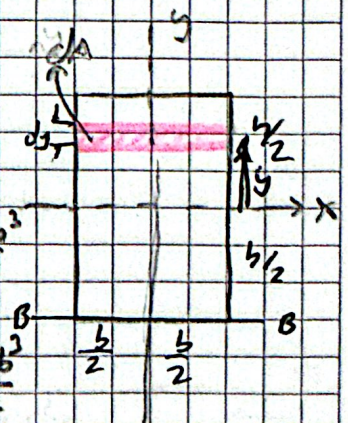
$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$

Dikdörtgen için:
x-y eksenleri için

$$I_x = \int y^2 dA = \int_{-b/2}^{b/2} y^2 h dy = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_y = \int x^2 dA = \int_{-b/2}^{b/2} x^2 h dx = \frac{hb^3}{12}$$



İç içe boş iki bölge nesneler için kullanılabilir.

Boş alan için:

$$I_{AB} = \int y^2 dA = \int_0^b b^2 dy = \frac{bh^3}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} - \frac{b_1 h_1^3}{12}$$

İNERTSİYON YARIÇAPLARI

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

ÖRNEK

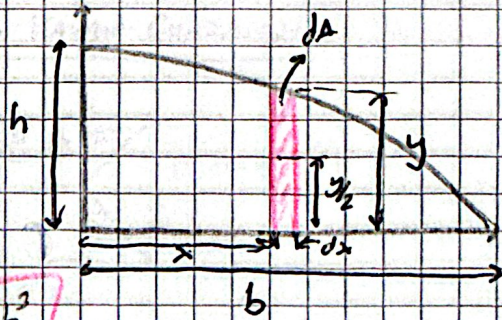
Parabolik alan için I_x ve $I_y = ?$

$$y = f(x) = h \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right)$$

$$dA = y dx = h \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right) dx$$

$$I_y = \int x^2 dA = \int_0^b x^2 \cdot h \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right) dx = \frac{2hb^3}{15}$$

$$I_x = \frac{16bh^3}{105}$$



PARALEL EKSEN TEOREMİ



$$I_{2-2} = 4254976 \text{ mm}^4$$

Aynı malzemenin geçen 2 eksenine göre eylemsiz momentini

$$= 4254976 - 18,48^2 \cdot 5232 = 2468104 \text{ mm}^4$$

$$(I_c = I - Ah^2)$$

$$I = I_c + Ah^2$$

→ eylemsiz moment
→ A: alan malzemenin göre I

yani eksen göre

MAKS. EĞİLME GERİLMELERİ

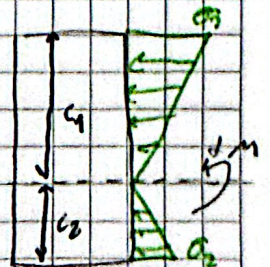
$\propto E$ büyük basınç ve çekme gerilmeleri, tensiyon ekseninden en uzak noktada olur.

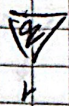
$$\sigma_1 = \frac{Mc_1}{I} = -\frac{M}{S_1}$$

$$\sigma_2 = \frac{Mc_2}{I} = \frac{M}{S_2}$$

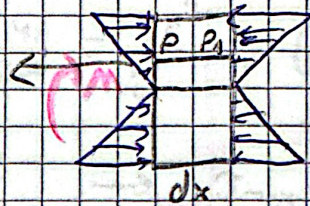
$$S_1 = \frac{I}{c_1}, \quad S_2 = \frac{I}{c_2}$$

→ Kesit modülü





DİKKETİÇEN KESİTİ KİRİŞLERDE KAYMA GERİLMESİ

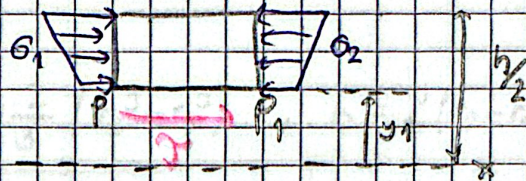


$m+dm$

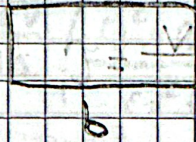


$$\sigma_1 = \frac{My}{I}$$

$$\sigma_2 = -\frac{(m+dm) \cdot y}{I}$$



$$\tau = \frac{V}{Ib} \cdot \int y dA$$

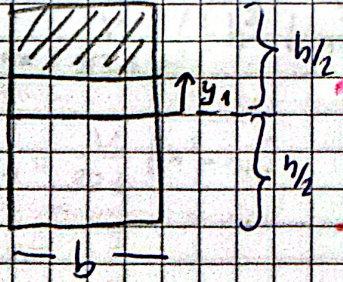


kesme kuv.

$$Q = \int y dA$$

→ farklı kesme kuv. birimi
ale. moment

$$\Rightarrow \tau = \frac{V \cdot Q}{Ib}$$



$$\tau = \frac{V}{2I} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

$$\tau_{max} = \frac{Vh^2}{8I} = \frac{3V}{2A} \quad (A=bh)$$

DAİRESEL KESİTLİ KIRIŞLARDA KAYMA GERİLMESİ

$$I = \frac{\pi r^4}{4} ; Q = \frac{\pi r^2}{2} \cdot \frac{4r}{3\pi} = \frac{2r^3}{3} , (b=2r)$$

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4V}{3\pi r^2} \rightarrow \tau_{max} = \frac{4V}{3A} \rightarrow \text{Kasnak Kolu}$$

İç Boşluk:

$$I = \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) , Q = \frac{2}{3} (r_2^3 - r_1^3) , b = 2(r_2 - r_1)$$

$$\tau_{max} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{4V}{3A} \left(\frac{r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \quad A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$

FLANŞLI KIRIŞ GÖVDESİNDE KAYMA GERİLMESİ

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} , Q = \frac{b}{8} (h^2 - h_1^2) + \frac{t}{8} (h_1^2 - h_1'^2)$$

$$\tau_{max} = \frac{V}{8It} (bh^2 - bh_1'^2 + th_1'^2)$$

$$\tau_{min} = \frac{V}{8It} (h^2 - h_1'^2)$$

